

Ion TUDOR

matematică

aritmetică, geometrie

- Modalități de lucru diferențiate
- Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea a II-a

5

Ediția a IX-a

Editura Paralela 45

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.C. 4042/16.05.2025.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programul școlar în vigoare pentru clasa a V-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Director de producție editorială: Ionuț Burcioiu

Redactare: Andreea Roșca

Tehnoredactare: Adriana Vlădescu, Roxana Pietreanu

Pregătire de tipar: Marius Badea

Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

TUDOR, ION

Matematică : aritmetică, geometrie : modalități de lucru diferențiate,

pregătire suplimentară prin planuri individualizate : caiet de lucru :

clasa 5 / Ion Tudor. – Ed. a 9-a. – Pitești : Paralela 45, 2025

2 vol.

ISBN 978-973-47-4296-7

Partea 2. – 2025. – ISBN 978-973-47-4373-5

51

COMENZI – CARTEA PRIN POȘTĂ

EDITURA PARALELA 45

Bulevardul Republicii, Nr. 148, Clădirea C1, etaj 4, Pitești,
jud. Argeș, cod 110177

Tel.: 0248 633 130; 0753 040 444; 0721 247 918

Tel./fax: 0248 214 533; 0248 631 439; 0248 631 492

E-mail: comenzi@edituraparelela45.ro

sau accesați www.edituraparelela45.ro

Tiparul executat la tipografia *Editurii Paralela 45*

E-mail: tipografie@edituraparelela45.ro

Copyright © Editura Paralela 45, 2025

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,

iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

www.edituraparelela45.ro

ARITMETICĂ

Capitolul IV

FRAȚII ZECIMALE

Lecția 1. Frații zecimale. Scrierea fracțiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10, sub formă de fracții zecimale finite



Citesc și rețin

Știm că fracțiile ordinare $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ ș.a.m.d. reprezintă: o zecime dintr-un întreg, o sutime dintr-un întreg, o miime dintr-un întreg ș.a.m.d. Aceste fracții se notează: 0,1; 0,01; 0,001 ș.a.m.d. și se numesc **fracții zecimale**. Aceste fracții zecimale se citesc astfel: zero virgulă unu, zero virgulă zero unu, zero virgulă zero zero unu ș.a.m.d.

În continuare, scriem sub formă zecimală fracțiile ordinare $\frac{23}{10^1}$, $\frac{23}{10^2}$ și $\frac{23}{10^3}$, care au numitorii puteri ale lui 10.

$$\frac{23}{10} = \frac{20+3}{10} = \frac{20}{10} + \frac{3}{10} = 2 + \frac{3}{10}, \text{ sumă care se notează } 2,3;$$

$$\frac{23}{100} = \frac{20+3}{100} = \frac{20}{100} + \frac{3}{100} = \frac{2}{10} + \frac{3}{100}, \text{ sumă care se notează } 0,23;$$

$$\frac{23}{1000} = \frac{20+3}{1000} = \frac{20}{1000} + \frac{3}{1000} = \frac{2}{100} + \frac{3}{1000}, \text{ sumă care se notează } 0,023.$$

Prin urmare, fracțiile ordinare $\frac{23}{10^1}$, $\frac{23}{10^2}$, $\frac{23}{10^3}$, cu numitorii puteri ale lui 10, se scriu sub formă zecimală astfel: 2,3; 0,23; 0,023.

Notățiile 2,3; 0,23; 0,023 se numesc **fracții zecimale (finite)**.

Orice fracție ordinară cu numitorul putere a lui 10 se scrie sub formă de fracție zecimală, punând o virgulă înaintea unui număr de cifre ale numărătorului, numărate de la dreapta la stânga, egal cu exponentul lui 10 de la numitor. Dacă cifrele numărătorului sunt insuficiente, se scriu zerouri înaintea acestuia.

O **fracție zecimală** este formată din **partea întreagă** și **partea zecimală**, despărțite prin virgulă. **Partea întreagă** se află în **stânga virgulei** și este reprezentată de un **număr natural**. **Cifrele** care se află în **dreapta virgulei** formează **partea zecimală**. Prima cifră de la partea zecimală este cifra zecimilor, a doua este cifra sutimilor, a treia este cifra miimilor, a patra este cifra zecimilor de miimi ș.a.m.d. Cifrele care formează partea zecimală se numesc **zecimale**.

Observații:

1. Orice număr natural poate fi scris sub formă de fracție zecimală finită.

Exemplu: $47 = 47,0$.

2. La sfârșitul părții zecimale se pot scrie oricâte zerouri, fără ca fracția zecimală să se schimbe.

Exemplu: $8,25 = 8,25000$.

3. De la sfârșitul părții zecimale se pot șterge oricâte zerouri, fără ca fracția zecimală să se schimbe.

Exemplu: $1,0500 = 1,05$.

4. Orice fracție ordinară care are numitorul de forma 2^n sau 5^n sau $2^n \cdot 5^m$, unde n, m sunt numere naturale nenule și distincte, se poate transforma prin amplificare într-o fracție echivalentă cu numitorul o putere a lui 10 și, în consecință, poate fi transformată în fracție zecimală finită.

Exemplu:
$$\frac{7}{4} = \frac{5^2 \cdot 7}{2^2} = \frac{7 \cdot 25}{2^2 \cdot 5^2} = \frac{175}{10^2} = \frac{175}{100} = 1,75.$$



Cum se aplică?

1. Scrieți următoarele fracții zecimale finite:

a) 2 întregi, 3 zecimi și 8 sutimi;

b) 0 întregi, 5 sutimi și 6 miimi;

c) 23 de întregi și 7 sutimi;

d) 8 întregi și 59 de miimi.

Soluție:

a) 2,38;

b) 0,056;

c) 23,07;

d) 8,059.

2. Transformați în fracții zecimale finite următoarele fracții ordinare:

a) $\frac{2017}{10}$;

b) $\frac{527}{100}$;

c) $\frac{31}{10^4}$.

Soluție:

a) $\frac{2017}{10} = 201,7$;

b) $\frac{527}{100} = 5,27$;

c) $\frac{31}{10^4} = 0,0031$.

3. Transformați următoarele fracții ordinare în fracții zecimale finite:

a) $\frac{19}{2}$;

b) $\frac{8}{25}$;

c) $\frac{3}{40}$.

Soluție:

a) $\frac{19}{2} = \frac{5^1 \cdot 19}{2} = \frac{95}{10} = 9,5$;

b) $\frac{8}{25} = \frac{2^2 \cdot 8}{5^2} = \frac{8 \cdot 4}{2^2 \cdot 5^2} = \frac{32}{10^2} = 0,32$;

c) $\frac{3}{40} = \frac{5^2 \cdot 3}{2^3 \cdot 5^1} = \frac{3 \cdot 25}{2^3 \cdot 5^3} = \frac{75}{10^3} = 0,075$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Citiți următoarele fracții zecimale finite:

a) 52,6;

b) 3,27;

c) 4,06;

d) 38,4;

e) 2,57;

f) 0,625;

g) 3,807;

h) 4,95.

2. Completați tabelul următor:

Fracția zecimală finită	107,5	23,49	14,923	1,3018	75,06	284,9
Partea întregă						
Partea zecimală						

3. Se consideră fracția zecimală finită 81,467. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a) Cifra zecimilor este 6. b) Cifra miimilor este 7.
 c) Cifra sutimilor este 6. d) Cifra zecimilor este 4.

4. Se consideră fracția zecimală finită 4,72508. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a) Cifra zecimilor este 7. b) Cifra miimilor este 2.
 c) Cifra sutimilor este 5. d) Cifra miimilor este 5.
 e) Cifra zecimilor de miimi este 0. f) Cifra sutimilor de miimi este 8.

5. Scrieți cu cifre următoarele fracții zecimale finite:

- a) 0 întregi, 2 zecimi și 6 sutimi = ;
 b) 7 întregi, 0 zecimi și 8 sutimi =

6. Scrieți următoarele sume sub formă de fracții zecimale finite:

- a) $1 + \frac{4}{10} + \frac{5}{100} = \dots\dots\dots$ b) $8 + \frac{7}{10} + \frac{3}{100} = \dots\dots\dots$ c) $5 + \frac{1}{10} + \frac{8}{100} = \dots\dots\dots$

7. Scrieți cu cifre următoarele fracții zecimale finite:

- a) 9 întregi, 4 zecimi, 3 sutimi și 8 miimi = ;
 b) 0 întregi, 9 zecimi, 0 sutimi și 5 miimi =

8. Scrieți următoarele sume sub formă de fracții zecimale finite:

- a) $\frac{3}{10} + \frac{5}{100} + \frac{7}{1000} = \dots\dots\dots$ b) $\frac{2}{10} + \frac{3}{100} + \frac{7}{1000} = \dots\dots\dots$

9. Scrieți cu cifre următoarele fracții zecimale finite:

- a) 4 întregi și 3 sutimi = ; b) 9 întregi și 4 sutimi = ;
 c) 0 întregi și 6 miimi = ; d) 8 întregi și 5 miimi =

10. Scrieți următoarele fracții zecimale finite:

- a) 4 întregi și 51 de sutimi; b) 5 întregi și 48 de sutimi;
 c) 0 întregi și 129 de miimi; d) 9 întregi și 758 de miimi.

11. Scrieți următoarele sume sub formă de fracții zecimale finite:

- a) $7 + \frac{3}{100} + \frac{9}{10000} = \dots\dots\dots$ b) $8 + \frac{7}{10} + \frac{1}{100000} = \dots\dots\dots$

12. Transformați în fracții zecimale finite:

- a) $\frac{23}{10} = \dots\dots\dots$ b) $\frac{547}{10} = \dots\dots\dots$ c) $\frac{123}{10} = \dots\dots\dots$ d) $\frac{51}{10} = \dots\dots\dots$
 e) $\frac{7}{10} = \dots\dots\dots$ f) $\frac{8}{10} = \dots\dots\dots$ g) $\frac{9}{10} = \dots\dots\dots$ h) $\frac{6}{10} = \dots\dots\dots$

13. Transformați în fracții zecimale finite:

a) $\frac{515}{100} = \dots\dots\dots$ b) $\frac{2467}{100} = \dots\dots\dots$ c) $\frac{17295}{100} = \dots\dots\dots$ d) $\frac{117}{100} = \dots\dots\dots$
 e) $\frac{29}{100} = \dots\dots\dots$ f) $\frac{6}{100} = \dots\dots\dots$ g) $\frac{3}{100} = \dots\dots\dots$ h) $\frac{13}{100} = \dots\dots\dots$

14. Transformați în fracții zecimale finite:

a) $\frac{3258}{1000} = \dots\dots\dots$ b) $\frac{6726}{1000} = \dots\dots\dots$ c) $\frac{7721}{1000} = \dots\dots\dots$ d) $\frac{6031}{1000} = \dots\dots\dots$
 e) $\frac{347}{1000} = \dots\dots\dots$ f) $\frac{61}{1000} = \dots\dots\dots$ g) $\frac{7}{1000} = \dots\dots\dots$ h) $\frac{27}{1000} = \dots\dots\dots$

15. Completați tabelul următor:

$\frac{427}{10^n} = 42,7$	$\frac{521}{10^n} = 0,521$	$\frac{901}{10^n} = 9,01$	$\frac{76}{10^n} = 0,0076$	$\frac{8300}{10^n} = 0,83$	$\frac{7000}{10^n} = 0,07$
$n =$	$n =$	$n =$	$n =$	$n =$	$n =$

Exerciții și probleme de dificultate redusă

16. Scrieți sub formă de fracții zecimale următoarele sume:

a) $\frac{5}{10^1} + \frac{6}{10^4} + \frac{1}{10^5}$; b) $75 + \frac{4}{10^2} + \frac{9}{10^4}$; c) $\frac{4}{10^2} + \frac{1}{10^3} + \frac{7}{10^5}$;
 d) $23 + \frac{1}{10^1} + \frac{9}{10^4}$; e) $\frac{7}{10^2} + \frac{2}{10^4} + \frac{6}{10^5}$; f) $67 + \frac{8}{10^3} + \frac{3}{10^6}$.

17. Transformați în fracții zecimale finite:

a) $\frac{2931}{10^4}$; b) $\frac{67}{10^5}$; c) $\frac{91}{10^5}$; d) $\frac{299}{10^4}$; e) $\frac{54}{10^5}$; f) $\frac{749}{10^6}$; g) $\frac{491}{10^6}$; h) $\frac{53}{10^5}$.

18. Amplificați următoarele fracții ordinare, astfel încât să devină fracții cu numitorii puteri ale lui 10 și apoi transformați-le în fracții zecimale finite:

a) $\frac{13}{2}$; b) $\frac{55}{2}$; c) $\frac{29}{2}$; d) $\frac{25}{2}$; e) $\frac{11}{5}$; f) $\frac{7}{5}$; g) $\frac{4}{5}$; h) $\frac{46}{5}$.

19. Amplificați următoarele fracții ordinare, astfel încât să devină fracții cu numitorii puteri ale lui 10 și apoi transformați-le în fracții zecimale finite:

a) $\frac{9}{4}$; b) $\frac{31}{4}$; c) $\frac{47}{4}$; d) $\frac{1}{4}$; e) $\frac{73}{25}$; f) $\frac{46}{25}$; g) $\frac{11}{25}$; h) $\frac{14}{25}$.

20. Amplificați următoarele fracții ordinare, astfel încât să devină fracții cu numitorii puteri ale lui 10 și apoi transformați-le în fracții zecimale finite:

a) $\frac{13}{8}$; b) $\frac{68}{125}$; c) $\frac{27}{125}$; d) $\frac{21}{8}$.

Exerciții și probleme de dificultate medie

21. Determinați fracția zecimală finită $\overline{x,yz}$, știind că:

a) $\frac{7}{4} = \overline{x,yz}$; b) $\frac{11}{25} = \overline{x,yz}$; c) $\frac{23}{20} = \overline{x,yz}$; d) $\frac{9}{4} = \overline{x,yz}$.

22. Amplificați următoarele fracții ordinare, astfel încât să devină fracții cu numitorii puteri ale lui 10 și apoi transformați-le în fracții zecimale finite:

a) $\frac{41}{20}$; b) $\frac{77}{40}$; c) $\frac{23}{50}$; d) $\frac{19}{80}$.

23. Amplificați următoarele fracții ordinare, astfel încât să devină fracții cu numitorii puteri ale lui 10 și apoi transformați-le în fracții zecimale finite:

a) $\frac{31}{250}$; b) $\frac{7}{200}$; c) $\frac{1}{160}$; d) $\frac{17}{400}$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

24. Determinați numărul natural n , pentru care are loc egalitatea:

a) $\frac{3109}{1000^n} = 0,003109$; b) $\frac{7}{100^n} = 0,00000007$.

25. Frația ordinară ireductibilă $\frac{357}{128}$ se transformă în fracție zecimală finită. Precizați numărul minim de zecimale ale acesteia fără a efectua transformarea.

Exerciții și probleme pentru olimpiada de matematică

26. Frația ordinară ireductibilă $\frac{a+b}{ab}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, se transformă în fracție zecimală finită. Determinați fracțiile ordinare de acest tip și transformați-le în fracții zecimale finite.

27. Arătați că fracția ordinară $\frac{5^{73} + 10^{37}}{5^{76} + 10^{39} - 5^{75}}$ se transformă în fracție zecimală finită și efectuați transformarea.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Transformați următoarele fracții ordinare în fracții zecimale finite:

a) $\frac{27}{10}$; b) $\frac{49}{1000}$; c) $\frac{13}{25}$.

(3p) **2.** Determinați numărul natural n pentru care are loc egalitatea: $\frac{110}{10^n} = 0,011$.

(3p) **3.** Frația ordinară $\frac{\overline{ab}}{\overline{cd}}$, unde cifrele a , b , c și d sunt numere prime diferite două câte două, se transformă în fracție zecimală finită. Determinați fracțiile ordinare de acest tip și transformați-le în fracții zecimale finite.

Lecția 6. Scăderea fracțiilor zecimale finite



Citesc și rețin

Diferența fracțiilor zecimale finite x și y , $x \geq y$, este o **fracție zecimală finită**, notată $x - y$. Numărul zecimal x se numește **descăzut**, iar numărul zecimal y se numește **scăzător**. Operația prin care se obține diferența a două numere se numește **scădere**.

Diferența a două fracții zecimale finite se calculează astfel: se așază scăzătorul sub descăzut, astfel încât partea întreagă să fie sub partea întreagă, virgula sub virgulă, zecimile sub zecimi, sutimile sub sutimi ș.a.m.d. și apoi se efectuează scăderea ca la numere naturale, iar virgula se coboară la rezultat.

Observație: Dacă descăzutul și scăzătorul nu au același număr de zecimale, se completează cu zerouri după ultima cifră de la partea zecimală, astfel încât numărul de zecimale să fie același.



Cum se aplică?

1. Efectuați:

a) $9,65 - 4,32$;

b) $26,61 - 7,245$.

Soluție:

a) $9,65 - 4,32 = 5,33$;

b) $26,61 - 7,245 = 19,365$.

$$\begin{array}{r} 9,65 - \quad 26,610 - \\ \underline{4,32} \quad \underline{7,245} \\ 5,33 \quad 19,365 \end{array}$$

2. Aflați cu cât este mai mare numărul 100,07 decât diferența numerelor 80,25 și 6,528.

Soluție:

$80,25 - 6,528 = 73,722$

$100,07 - 73,722 = 26,348$

$$\begin{array}{r} 80,250 - \quad 100,070 - \\ \underline{6,528} \quad \underline{73,722} \\ 73,722 \quad 26,348 \end{array}$$

3. Diferența a două fracții zecimale finite este egală cu 15,49. Aflați scăzătorul, știind că descăzutul este egal cu 23,1.

Soluție:

$D - S = d$, deci $23,1 - S = 15,49$; rezultă că $S = 23,1 - 15,49$ și obținem $S = 7,61$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Completați tabelul următor:

a	37,8	25,7	49,6	2,78	9,49	3,87
b	3,5	3,2	8,1	0,54	7,05	0,41
$a - b$						

Exerciții și probleme de dificultate medie

11. Determinați numărul care este mai mic cu 5,456 decât:
a) 8,129; b) 6,043; c) 9,206; d) 5,711.
12. i) Aflați cu cât este mai mare numărul 21,06 decât:
a) 15,8347; b) 14,7718; c) 10,0764; d) 13,2025.
ii) Aflați cu cât este mai mic numărul 8,3109 decât:
a) 23,14; b) 19,52; c) 35,43; d) 41,32.
13. Suma a două numere zecimale este egală cu 25,205. Aflați unul dintre termeni, știind că celălalt este egal cu:
a) 16,774; b) 20,308; c) 19,209; d) 23,175.
14. Suprafața de 50 ha de teren arabil deținut de o fermă agricolă a fost arată în 3 zile. Dacă în prima zi s-a arat suprafața de 15,67 ha, iar a doua zi s-a arat suprafața de 21,58 ha, aflați suprafața de teren care s-a arat a treia zi.
15. Diferența a două numere zecimale este egală cu 5,7208. Determinați scăzătorul, dacă descăzutul este egal cu:
a) 12,03; b) 27,05; c) 32,01; d) 49,02.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

16. Comparați numerele x și y , știind că:
a) $x = 21,7 - 9,25 - 7,067$ și $y = 23,2 - 8,39 - 9,458$;
b) $x = 39,5 - 7,28 - 8,309$ și $y = 35,4 - 2,39 - 9,097$.
17. Un microbuz a parcurs distanța de 475,8 km în 4 zile. Dacă în prima zi a parcurs distanța de 118,5 km, în ziua următoare a parcurs o distanță mai mică cu 27,75 km, iar a treia zi a parcurs o distanță egală cu distanța parcursă în primele două zile, aflați distanța parcursă de microbuz în ultima zi.
18. O cutie cu smântână cântărește mai puțin cu 0,065 kg decât două pahare cu iaurt, care cântăresc 0,125 kg, respectiv 0,225 kg. Cu cât cântărește mai mult cutia cu smântână decât paharul cu iaurt de 0,125 kg?
19. Determinați cifrele x și y , pentru care scăderea $\overline{x,8y} - \overline{3,x7} = \overline{y,yx}$ este corectă.
20. Știind că la litere diferite corespund cifre diferite și nenule, reconstituiți scăderea $\overline{d,dd} - \overline{a,bc} = \overline{c,ba}$, astfel încât diferența $\overline{c,ba}$ să fie maximă.

Exerciții și probleme pentru olimpiada de matematică

21. Determinați fracția zecimală finită $\overline{x,y}$ care îndeplinește condiția $\overline{x,y} - \overline{y,x} = \overline{1,x} + \overline{1,y}$, unde $x > y > 0$.
22. Notăm cu r rotunjirea la prima zecimală a fracției zecimale finite $x = \overline{0,ab} - \overline{0,ba}$, $a > b > 0$. Determinați fracția zecimală finită $\overline{0,ab}$, pentru $r = 0,5$.

19. Aflați câtul următoarelor împărțiri cu trei zecimale exacte și precizați restul:
 a) $0,076 : 3,6$; b) $0,549 : 1,7$; c) $0,805 : 2,4$.
20. Aflați câtul următoarelor împărțiri cu două zecimale exacte și precizați restul:
 a) $0,004068 : 0,015$; b) $0,008665 : 0,024$; c) $0,011883 : 0,028$.

Exerciții și probleme pentru olimpiada de matematică

21. Aflați câtul împărțirii $\overline{0,ab0acc} : \overline{a,b}$ cu cinci zecimale exacte și precizați restul, știind că $a \neq 0$, $b \neq 0$ și $c = a + b$.
22. Determinați cea mai mare fracție zecimală finită de forma $\overline{x,yyyz}$, $z \neq 0$, cu proprietatea că $\overline{x,yyyz} : 1,01 = \overline{x,yz}$.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (3p) 1. Efectuați următoarele împărțiri:
 a) $28,5 : 3$; b) $43,2 : 6$; c) $0,143 : 11$.
- (3p) 2. Efectuați următoarele împărțiri:
 a) $31,6 : 0,4$; b) $0,405 : 1,5$; c) $0,0112 : 0,28$.
- (3p) 3. Calculați câtul împărțirii $0,779 : 1,8$ cu două zecimale exacte, precizați restul și faceți proba împărțirii.

Lecția 13. Transformarea unei fracții zecimale periodice în fracție ordinară



Citesc și rețin

Transformarea unei fracții zecimale periodice simple în fracție ordinară se face astfel: se scrie numărul de întregi urmat de fracția care are la numărător perioada, iar numitorul este numărul natural format din atâtea cifre de 9 câte cifre are perioada.

$$\overline{x,(a_1a_2\dots a_n)} = x \frac{\overline{a_1a_2\dots a_n}}{\underbrace{999\dots 9}_{n \text{ cifre}}}$$

Exemplu:

$$2,(305) = 2 \frac{305}{999}$$

Transformarea unei fracții zecimale periodice mixte în fracție ordinară se face astfel: se scrie numărul de întregi urmat de fracția care are la numărător diferența dintre numărul natural format cu toate zecimalele fără paranteze și numărul natural

format cu zecimalele nescrise în perioadă, iar numitorul este numărul natural format din atâtea cifre de 9 câte cifre sunt în perioadă, urmate de atâtea zerouri câte zecimale nu sunt în perioadă.

$$\overline{x, a_1 a_2 \dots a_n (b_1 b_2 \dots b_m)} = x \frac{\overline{a_1 a_2 \dots a_n b_1 b_2 \dots b_m} - \overline{a_1 a_2 \dots a_n}}{\underbrace{999 \dots 9}_{m \text{ cifre}} \underbrace{000 \dots 0}_{n \text{ cifre}}}$$

Exemplu:

$$5,21(378) = 5 \frac{21378 - 21}{99900}$$



Cum se aplică?

1. Transformați următoarele fracții zecimale periodice în fracții ordinare:

a) $0,(61)$;

b) $0,5(2)$.

Soluție:

a) $0,(61) = \frac{61}{99}$;

b) $0,5(2) = \frac{52 - 5}{90} = \frac{47}{90}$.

2. Transformați fracția zecimală periodică simplă $5,(6)$ în fracție ordinară ireductibilă.

Soluție:

$$5,(6) = 5 \frac{6^3}{9} = 5 \frac{2}{3} = \frac{17}{3}$$

3. Transformați fracția zecimală periodică mixtă $2,4(6)$ în fracție ordinară ireductibilă.

Soluție:

$$2,4(6) = 2 \frac{46 - 4}{90} = 2 \frac{42^{(6)}}{90} = 2 \frac{7}{15} = \frac{37}{15}$$



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $0,(7) = \frac{7}{9}$;

b) $1,(23) = 1 \frac{23}{99} = \frac{122}{99}$;

c) $3,(4) = \frac{34}{9}$.

2. Completați tabelul următor:

Fracția zecimală periodică simplă	$0,(5)$	$0,(23)$	$0,(158)$	$0,(16)$	$0,(8)$
Fracția ordinară corespunzătoare					

3. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $0,3(8) = \frac{38 - 3}{90} = \frac{35^{(5)}}{90} = \frac{7}{18}$;

b) $0,5(2) = \frac{52 - 2}{90} = \frac{50^{(10)}}{90} = \frac{5}{9}$.

Exerciții și probleme de dificultate redusă

4. Transformați următoarele fracții zecimale periodice simple în fracții ordinare:
a) 4,(7); b) 2,(16); c) 3,(25); d) 1,(49); e) 5,(2).
5. Transformați următoarele fracții zecimale periodice simple în fracții ordinare ireductibile:
a) 0,(3); b) 0,(36); c) 0,(54); d) 0,(6); e) 0,(72).
6. Transformați următoarele fracții zecimale periodice simple în fracții ordinare ireductibile:
a) 2,(6); b) 1,(18); c) 2,(45); d) 4,(3); e) 3,(27).
7. Transformați următoarele fracții zecimale periodice mixte în fracții ordinare:
a) 0,7(8); b) 0,1(62); c) 0,31(4); d) 0,2(5); e) 0,4(7).
8. Transformați următoarele fracții zecimale periodice mixte în fracții ordinare:
a) 2,6(5); b) 1,2(5); c) 2,4(1); d) 1,6(7); e) 2,8(1).

Exerciții și probleme de dificultate medie

9. Transformați în fracții ordinare ireductibile următoarele fracții zecimale periodice mixte:
a) 0,1(6); b) 0,2(7); c) 0,8(3); d) 0,4(6); e) 0,7(2).
10. Transformați în fracții ordinare ireductibile următoarele fracții zecimale periodice mixte:
a) 2,1(3); b) 1,2(7); c) 4,1(6); d) 2,6(1); e) 3,8(3).
11. Transformați în fracții ordinare ireductibile:
a) 0,(108); b) 2,(135); c) 1,(054); d) 2,(162); e) 1,(189).
12. Transformați următoarele fracții zecimale periodice mixte în fracții ordinare ireductibile:
a) 2,08(3); b) 1,01(3); c) 1,01(6); d) 2,02(7); e) 1,02(6).
13. Transformați următoarele fracții zecimale periodice mixte în fracții ordinare ireductibile:
a) 0,1(36); b) 0,2(27); c) 0,1(06); d) 0,3(18); e) 0,3(45).
14. Transformați următoarele fracții zecimale în fracții ordinare ireductibile:
a) 0,4(629); b) 0,2(407); c) 3,208(3); d) 2,291(6).
15. Determinați fracția zecimală x , știind că media aritmetică a numerelor 9 și x este egală cu:
a) 7,8(3); b) 5,2(7).

Exerciții și probleme de dificultate avansată

16. Determinați numărul natural n , știind că media aritmetică a numerelor naturale 32, n și 47 este egală cu:
a) 76,(6); b) 94,(3).
17. Determinați fracția ordinară ireductibilă $\frac{\overline{ab}}{c}$, știind că $\frac{\overline{ab}}{c} = \overline{c,1(c)}$, $a \neq 0$, $c \neq 0$.

18. Determinați numărul natural \overline{abc} , $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$, știind că media aritmetică a numerelor \overline{ab} , \overline{bc} și \overline{ca} este egală cu:

a) 14,(6);

b) 18,(3).

19. Determinați numărul natural n care verifică condiția: $\frac{n^2}{1+2+3+\dots+n} = 1,(81)$.

20. Determinați fracția ordinară ireductibilă $\frac{\overline{ab}}{b}$, știind că $\frac{\overline{ab}}{b} = \overline{1a,(b)}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$.

Exerciții și probleme pentru olimpiada de matematică

21. Determinați cifrele a , b și c pentru care are loc egalitatea $\frac{\overline{abc}}{aa} = \overline{aa,(b7)}$, $a \neq 0$.

22. Arătați că $\overline{x,(yz)} + \overline{y,(zx)} + \overline{z,(xy)} = \overline{x,y(z)} + \overline{y,z(x)} + \overline{z,x(y)}$, unde x , y , și z sunt cifre nenule și distincte, două câte două.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Transformați în fracții ordinare ireductibile următoarele fracții zecimale periodice simple:

a) 0,(6);

b) 0,(81);

c) 5,(3).

(3p) 2. Transformați următoarele fracții zecimale periodice mixte în fracții ordinare ireductibile:

a) 0,2(6);

b) 0,1(24);

c) 3,6(1).

(3p) 3. Știind că media aritmetică a fracțiilor zecimale 2,(3) și x este egală cu 1,4(6), determinați fracția zecimală x .

Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

(1p) 1. Rezultatul împărțirii $75 : 12$ este egal cu:

A. 6,5;

B. 6,25;

C. 6,24;

D. 6,4.

(1p) 2. Rezultatul împărțirii $0,128 : 0,8$ este egal cu:

A. 0,26;

B. 0,125;

C. 0,165;

D. 0,16.

- (1p) 3. Transformând fracția ordinară $\frac{4}{3}$ în fracție zecimală, obținem:
A. 1,25; B. 1,(3); C. 0,(3); D. 1,24.
- (1p) 4. Transformând fracția zecimală periodică mixtă 0,1(6) în fracție ordinară ireductibilă, obținem:
A. $\frac{7}{12}$; B. $\frac{5}{6}$; C. $\frac{1}{6}$; D. $\frac{5}{18}$.
- (1p) 5. Media aritmetică a numerelor naturale 11, 17 și 23 este egală cu:
A. 17; B. 16,5; C. 15,6; D. 19.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvările complete:

- (1p) 1. Un tren a parcurs un sfert din distanța de 105,4 km dintre două orașe. Ce distanță mai are de parcurs trenul?
- (1p) 2. Precizați câtul împărțirii $1,8057 : 0,25$ cu două zecimale exacte și apoi efectuați proba împărțirii.
- (1p) 3. Transformați fracția ordinară $\frac{55}{18}$ în fracție zecimală și apoi rotunjiți-o la a treia zecimală.
- (1p) 4. Determinați numărul natural n pentru care media aritmetică a numerelor $(7^3)^7$ și 49^n este egală cu $4 \cdot 7^{20}$.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Încercuțiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

- (1p) 1. Rezultatul împărțirii $48 : 15$ este egal cu:
A. 2,75; B. 3,2; C. 2,4; D. 3,25.
- (1p) 2. Rezultatul împărțirii $0,234 : 0,6$ este egal cu:
A. 0,39; B. 0,8; C. 0,9; D. 0,45.
- (1p) 3. Transformând fracția ordinară $\frac{11}{9}$ în fracție zecimală, obținem:
A. 1,(6); B. 1,75; C. 1,25; D. 1,(2).
- (1p) 4. Transformând fracția zecimală periodică simplă 0,(45) în fracție ordinară ireductibilă, obținem:
A. $\frac{5}{6}$; B. $\frac{5}{12}$; C. $\frac{5}{11}$; D. $\frac{7}{5}$.
- (1p) 5. Media aritmetică a numerelor naturale 67 și 76 este egală cu:
A. 71,5; B. 54,3; C. 48,7; D. 63,2.

GEOMETRIE

Capitolul V

ELEMENTE DE GEOMETRIE ȘI UNITĂȚI DE MĂSURĂ

Lecția 18. Punct, dreaptă, plan, semiplan, semidreaptă, segment de dreaptă

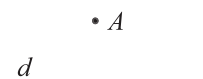


Citesc și rețin

A. Punct, dreaptă, plan

Punctul, dreapta și planul sunt noțiuni fundamentale întâlnite în geometrie. Punctele se notează cu litere mari ale alfabetului: A, B, C, \dots , dreptele cu litere mici ale alfabetului: a, b, c, \dots , iar planele cu literele grecești: $\alpha, \beta, \theta, \dots$.

În continuare **vom reprezenta, vom nota și vom citi** un punct, o dreaptă și un plan.



Citim „punctul A ”.

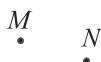


Citim „dreapta d ”.

Citim „planul α ”.



Deoarece punctele E și F sunt situate în același loc, notăm $E = F$ și citim „punctele E și F sunt identice”.



Deoarece punctele M și N sunt situate în locuri diferite, notăm $M \neq N$ și citim „punctele M și N sunt diferite”.

În continuare vom prezenta **pozițiile unui punct față de o dreaptă**.



Punctul A este situat pe dreapta d .



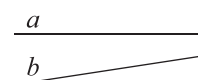
Punctul A nu este situat pe dreapta d .



Punctele A și B sunt situate pe dreapta d ; în acest caz, dreapta d se poate nota AB sau BA și citim „dreapta AB ” sau „dreapta BA ”.



Deoarece dreptele a și b sunt suprapuse, notăm $a = b$ și citim „dreptele a și b sunt identice”.

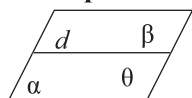


Deoarece dreptele a și b nu sunt suprapuse, notăm $a \neq b$ și citim „dreptele a și b sunt diferite”.

Axioma dreptei: Prin două puncte distincte trece o dreaptă și numai una.

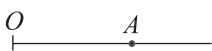
Consecință: Două drepte care au două puncte distincte în comun sunt drepte identice.

B. Semiplanul



În figura alăturată, dreapta d a împărțit planul α în două **semiplane**, notate β , respectiv θ . Dreapta d se numește **frontiera** celor două semiplane.

C. Semidreapta



În figura alăturată este reprezentată o **semidreaptă**. Punctul O care ne arată unde începe semidreapta se numește **origine**, iar punctul A ne arată sensul în care semidreapta este nesfârșită. Semidreapta respectivă se notează OA , prin urmare semidreapta se notează cu două litere mari ale alfabetului, dintre care prima literă este originea acesteia.



Semidreptele OA și OB reprezentate în figura alăturată se numesc **semidrepte opuse** deoarece sunt incluse în aceeași dreaptă d , au aceeași origine O și sensuri opuse. Semidreptele OA și OB reprezentate în figura alăturată se numesc **semidrepte identice** deoarece sunt incluse în aceeași dreaptă d , au aceeași origine O și același sens.



D. Segmentul de dreaptă

Construind două puncte distincte pe o dreaptă, toate punctele dreptei situate între aceste puncte formează un segment de dreaptă.



În figura alăturată este reprezentat un **segment**. Punctele A și B se numesc **capetele** (extremitățile) segmentului.

Segmentul respectiv se notează AB sau BA și se citește „segmentul AB ” sau „segmentul BA ”.

Orice punct C situat pe segmentul AB și diferit de capetele acestuia se numește punct interior segmentului AB .



Cum se aplică?

1. Construiți punctele distincte P și Q , apoi trasați dreapta care trece prin acestea. Notați dreapta respectivă.

Soluție:



Dreapta care trece prin punctele P și Q se notează PQ sau QP .

2. Construiți:

a) semidreapta OA ;

b) segmentul MN .

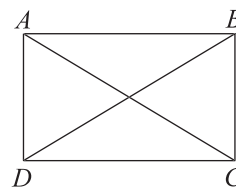
Soluție:



3. Câte drepte determină vârfurile unui dreptunghi?

Soluție:

Se consideră dreptunghiul $ABCD$ din figura alăturată. Observăm că punctele A , B , C și D determină dreptele AB , BC , CD , DA , AC și BD , prin urmare vârfurile unui dreptunghi determină 6 drepte.

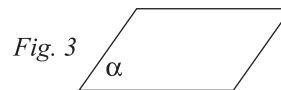
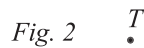
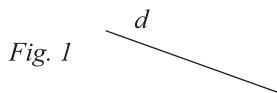




Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Folosind figurile următoare, completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

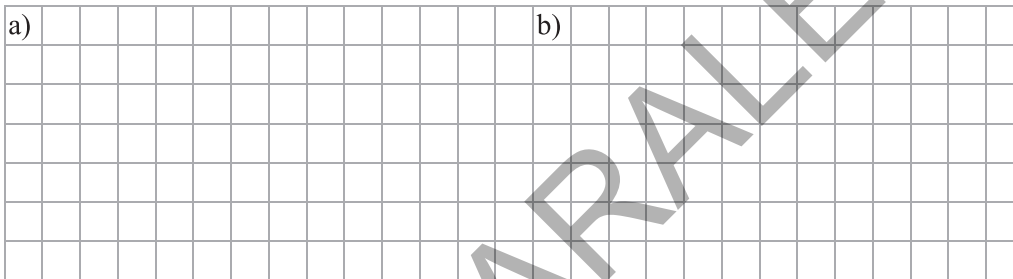


- a) În figura 1 este reprezentată
- b) În figura 2 este reprezentat
- c) În figura 3 este reprezentat

2. Desenați:

a) punctele distincte E și F ;

b) punctele identice T și S .



3. Citiți următoarele notații, unde A, B, E, F, M, N, P și Q sunt puncte:

a) $E = F$;

b) $M \neq N$;

c) $P = Q$;

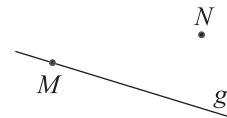
d) $A \neq B$.

4. Folosind figura alăturată, stabiliți valoarea de adevăr

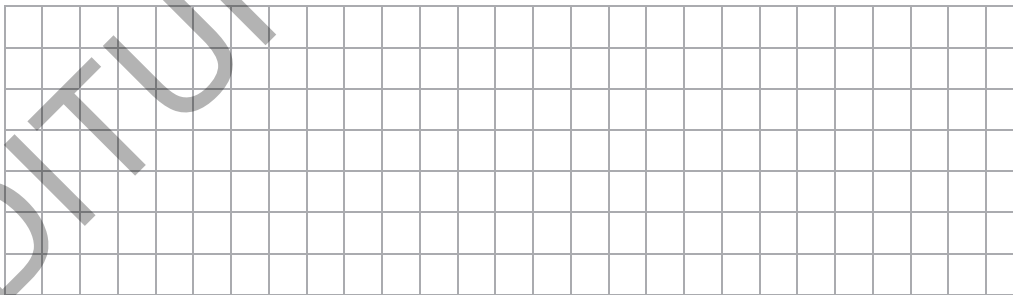
a următoarelor propoziții:

a) Punctul M este situat pe dreapta g .

b) Punctul N nu este situat pe dreapta g .



5. Construiți punctul T și dreptele diferite d, g și h ce trec prin punctul T .













6. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) Printr-un punct se poate construi o singură dreaptă.

b) Printr-un punct se pot construi numai două drepte.

c) Printr-un punct se pot construi o infinitate de drepte.

14. Completați spațiul punctat cu răspunsul corect.
Originea semidreptei din figura alăturată este punctul 
15. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:
Semidreapta reprezentată la problema anterioară se notează:
a) AB ; b) BA .
16. Folosind figura alăturată, stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:
a) Punctul N este situat pe semidreapta MP .
b) Punctul P nu este situat pe semidreapta NM .
c) Punctul M este situat pe semidreapta NP .
- 
17. Pentru figura alăturată, încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.
Semidreptele AB și AC sunt:
A. semidrepte opuse; B. semidrepte identice. 
18. Pentru figura alăturată, încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.
Semidreptele ED și EF sunt:
A. semidrepte opuse; B. semidrepte identice. 
19. Folosind figura alăturată, stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor următoare:
a) AB și BA sunt semidrepte opuse;
b) AB și BA sunt semidrepte identice.
- 
20. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.
Figura geometrică ce reprezintă un segment de dreaptă este:
A.  B.  C. 
21. Completați spațiul punctat cu răspunsul corect.
Pentru segmentul din figura alăturată, punctele A și B se numesc 
22. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:
Segmentul reprezentat la problema anterioară se notează:
a) AB ; b) BA .
23. Pentru figura de mai jos, stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) Punctul G este interior segmentului EF .
b) Punctul D este exterior segmentului EF .

Exerciții și probleme de dificultate redusă

24. Desenați planul θ și dreapta h situată în acest plan. Notați cu α și β cele două semiplane de frontieră h care s-au format.
25. Construiți semidreapta:
a) OA ; b) QR ; c) CB .
26. Construiți segmentul:
a) EF ; b) MN ; c) PQ .
27. a) Construiți segmentele AB și CD care să se intersecteze în punctul E .
b) Construiți segmentele MN , PQ și RS care să se intersecteze în punctul T .

28. Construiți dreptele diferite AB și CD , astfel încât punctul D să fie interior segmentului AB .

29. Construiți:

- a) semidreptele identice MN și MP ; b) semidreptele opuse MN și MP .

30. Construiți semidreptele OA și OB care să verifice simultan condițiile:

- a) semidreptele OA și OB nu sunt opuse; b) semidreptele OA și OB nu sunt identice.

Exerciții și probleme de dificultate medie

31. Construiți punctele D , E și F astfel încât:

- a) punctul F este situat pe semidreapta DE și nu este situat pe semidreapta ED .
b) punctul E nu este situat pe semidreapta DF și este situat pe semidreapta FD .

32. Construiți punctele D , E , F și G situate pe dreapta d , astfel încât:

- a) punctul G este interior segmentelor DE și DF ;
b) punctul D este interior segmentelor EF și EG .

33. Calculați numărul dreptelor determinate de 5 puncte distincte, dintre care numai trei sunt situate pe aceeași dreaptă.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

34. Punctul E este situat în interiorul dreptunghiului $ABCD$. Aflați numărul minim și numărul maxim de drepte determinate de punctele A , B , C , D și E .

35. Știind că numărul semidreptelor determinate de n puncte distincte, situate pe dreapta d este egal cu 8^3 , aflați numărul natural n .

Exerciții și probleme pentru olimpiada de matematică

36. Calculați numărul dreptelor determinate de punctele distincte $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, $n \geq 3$, știind că oricare trei dintre acestea nu sunt situate pe aceeași dreaptă.

37. Se consideră punctele distincte $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, astfel încât p puncte dintre acestea sunt situate pe dreapta d și oricare 3 puncte, nesituate pe dreapta d , nu sunt situate pe aceeași dreaptă, $n > p \geq 3$. Știind că cele n puncte determină 103 drepte, aflați numerele naturale n și p .



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (3p) 1. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor. Notăția $D = E$ se citește:
a) punctele D și E sunt diferite; b) punctele D și E sunt identice.
- (3p) 2. Construiți punctele M , N și P situate pe dreapta g , astfel încât semidreptele:
a) NM și NP să fie identice; b) PN și PM să fie opuse.
- (3p) 3. Punctele M , N , P și Q sunt vârfurile unui dreptunghi și notăm cu O punctul în care se intersectează diagonalele MP și NQ . Câte segmente determină punctele M , N , P , Q și O ?